

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Калимуллин И. Ш., Пузаренко В. Г. *О сводимости на семействах* // Алгебра и логика. – 2009. – Т. 48. – № 1. – С. 31–53.
2. Kalimullin I. Sh., Khoussainov B., Melnikov A. *Limitwise monotonic sequences and degree spectra of structures* // Proc. Amer. Math. Soc. – 2013. – V. 141. – No 9. – P. 3275–3289.
3. Khoussainov B., Nies A., Shore R. *Computable models of theories with few models* // Notre Dame J. Formal Logic. – 1997. – V. 38. – No 2. – P. 165–178.

Л. И. Зеленина, Н. А. Шилова

*Северный (Арктический) федеральный университет,
Институт математики, информационных и космических
технологий, l.zelenina@narfu.ru, n.shilova@narfu.ru*

**ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ
РОСТА И РАЗВИТИЯ ПОПУЛЯЦИИ МОРСКИХ
МАКРОВОДОРОСЛЕЙ**

Развитие современной вычислительной техники выводит математическое моделирование и вычислительный эксперимент на качественно новый уровень. Возможность реализовывать сложные вычисления на отдельном компьютере, суперкомпьютере и множестве взаимодействующих компьютеров значительно расширяет область приложения математического моделирования. Компьютерное моделирование является одним из эффективных методов изучения сложных систем, позволяющим понять механизмы функционирования моделируемого объекта и получить приближённые оценки поведения системы, которые в большинстве своём являются слишком сложными для аналитических решений и их исследований.

Математическое и компьютерное моделирование в экологии сообществ – это достаточно обширная область исследования, в которой популяционное моделирование является наиболее актуальным направлением. Изучение динамики популяций без дополнительного воздействия на них с целью решения острых экологических проблем сохранения и восстановления водных ресурсов является актуальным вопросом.

В рамках проводимого исследования была построена дискретная математическая модель, описывающая процессы роста и развития ламинариевых водорослей Белого моря. Данные виды образуют в прибрежных районах Белого моря обширные заросли, которые имеют промысловое значение, и наряду с коммерческой ценностью являются важным компонентом биоты. В связи с этим вопрос разработки адекватного математического аппарата для изучения динамики популяции макрофитов Белого моря является актуальным.

Дискретная математическая модель, описывающая динамику популяций двух ламинариевых видов, задается следующей системой уравнений:

$$\begin{cases}
x_1^{i+1} = x_1^i + \left[\mu^i \varphi^i x_1^i \left(1 - \sum_{k=2}^n \alpha_k^x \frac{x_k^i}{x_{\max}} - \sum_{k=1}^m \beta_{yx} \frac{y_k^i}{x_{\max}} \right) u^i - \mu_1^{x_i} x_1^i - T_1^{x_i} x_1^i \right] \Delta t, \\
x_j^{i+1} = x_j^i + \left[T_{j-1}^{x_i} x_{j-1}^i - \mu_j^{x_i} x_j^i - T_j^{x_i} x_j^i \right] \Delta t, \quad j = \overline{2, n-1}, \\
x_n^{i+1} = x_n^i + \left[T_{n-1}^{x_i}(t) x_{n-1}^i - \mu_n^{x_i} x_n^i \right] \Delta t, \\
y_1^{i+1} = y_1^i + \left[\mu^i \varphi^i y_1^i \left(1 - \sum_{k=2}^m \alpha_k^y \frac{y_k^i}{y_{\max}} - \sum_{k=1}^m \beta_{xy} \frac{x_k^i}{y_{\max}} \right) u^i - \mu_1^{y_i} y_1^i - T_1^{y_i} y_1^i \right] \Delta t, \\
y_j^{i+1} = y_j^i + \left[T_{j-1}^{y_i} y_{j-1}^i - \mu_j^{y_i} y_j^i - T_j^{y_i} y_j^i \right] \Delta t, \quad j = \overline{2, m-1}, \\
y_m^{i+1} = y_m^i + \left[T_{m-1}^{y_i} y_{m-1}^i - \mu_m^{y_i} y_m^i \right] \Delta t, \\
s^{i+1} = s^i + D(s_n - s^i) \Delta t - \mu^i \varphi \left(\sum_{j=1}^n \frac{x_j^i}{\eta_x} + \sum_{j=1}^m \frac{y_j^i}{\eta_y} \right) \Delta t; \\
i = \overline{1, q-1},
\end{cases}$$

где q – частота разбиения множества допустимых решений системы, которое имеет вид:

$$\begin{aligned}
\{ (X^i, Y^i, S^i) : X^i = \{x_1^i, \dots, x_n^i\}, Y^i = \{y_1^i, \dots, y_m^i\}, S^i \}, \\
i = \overline{1, q-1},
\end{aligned}$$

причем на данном множестве справедливы следующие ограничения:

$$\begin{cases}
0 \leq x_j^i \leq x_{\max}, & j = \overline{1, n}, \\
0 \leq y_k^i \leq y_{\max}, & k = \overline{1, m}, \\
s_n \leq s^i \leq s_{\max}, & i = \overline{1, q-1}.
\end{cases}$$

В представленной системе x_j^i и y_k^i – биомасса водорослей j -ой и k -ой возрастной группы ламинарии сахаристой (S.l.) и ламинарии пальчаторассеченной (L.d.) соответственно на i -ом шаге, s^i – концентрация биогенных веществ в среде на i -ом шаге, s_n – первоначальная концентрация биогенных веществ в среде, до начала в ней биологических процессов, связанных с жизнедеятельностью водорослей.

Функция $\mu^i = \gamma_0 - \theta \cos(2\pi \cdot i\Delta t/365)$ характеризует изменение максимальной удельной скорости роста биомассы в момент времени t [1]. Параметры γ_0 , θ – параметры среды, отвечающие за изменение максимальной удельной скорости роста в зависимости от температурных показателей. Коэффициенты $\mu_j^{x_i}$ и $\mu_k^{y_i}$ – коэффициенты естественной смертности водорослей, φ^i – трофическая функция. $T_j^{x_i}x_j^i$ и $T_k^{y_i}y_k^i$ – объем биомассы водорослей, которые перешли из одной возрастной группы в другую, в зависимости от биологической продуктивности рассматриваемой водной среды на i -ом шаге. $\alpha_j^{x_i}$ и $\alpha_k^{y_i}$ – коэффициенты, отражающие степень влияния водорослей старших возрастных групп на младшие, нормированные на единицу максимально возможной биомассы x_{\max} и y_{\max} соответственно, достигаемой водорослями в течение жизненного цикла. Функция u^i характеризует изменение интенсивности освещенности с течением времени. Коэффициент D отражает гидродинамический режим рассматриваемой водной системы, коэффициенты η_x и η_y отражают прирост биомассы водорослей на единицу потребленных биогенных веществ и являются важнейшей характеристикой ростовых процессов.

Для проведения численного эксперимента в инструментальной среде Borland Delphi был реализован проект, для которого входные данные были получены на основе статистической об-

работки гидрологических, гидрохимических, температурных и биологических данных [2]. Результаты работы проекта не противоречат многолетним данным, характеризующим динамику развития популяций данного вида [3], что позволяет сделать вывод об адекватности предложенного математического аппарата.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 14-01-98800).

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Steffen E., Malchow H. and Medvinsky A. B. *Effect of seasonal perturbations on a model plankton community* // In Environ. Model. Assess. – 1997. – V. 2. – P. 43–48.

2. Шилова Н. А. *Использование вероятностно-статистических методов для обработки биологических данных морских гидробионтов* // Исследования Российской Арктики: прошлое, настоящее, будущее: Мат. Всерос. науч. конф., посв. Междун. Полярному году (16–17 дек., 2008г.) – Архангельск: Арханг. центр РГО, 2008. – С. 217–224.